**核心素养视角下发展学生数学思维品质之课例研究**

# 以《勾股定理》为例

**成都棠湖外国语学校 张天涯**

# 一、教学设计说明

## 1．设计核心要素

**设计主题：**概括性提炼本课例的核心主题或设计理念，主题要鲜明、简洁。这是“价值观”层面。

**核心问题：**针对本课题数学内涵理解，提出本课要解决的主要数学问题（或数学任务），表现在学习进阶路径和数学任务中。这是“理解数学”层面。

**核心目标：**针对学生发展的核心目标，要体现出发展学生数学素养与思维品质的目标，表现在设计意图中。这是“理解学生”层面。

**核心方法：**针对本课题解决核心问题的教学方法或途径，采用的核心教学手段，表现在教学活动设计中。这是“理解教学”的层面。

后面三个层面都应呼应设计主题。

## 2．学习进阶

学习进阶是指针对数学课题的内涵特征，提出学生学习该课题的几个阶段（或层次），不是通常所指的教学环节，但可以理解为教学环节的数学内涵部分，或者说每个数学环节的数学着眼点。因此，学习进阶的表述词都是从本课的数学内涵来表述的，表现了“理解数学”层面。

## 3.教学环节

教学环节是指从推动教学活动的展开角度出来，体现出本课主要开展几个层面（或阶段）的教学活动，一般来说与学习进阶是匹配的。不同教学环节之间既层次分明，又相互关联，构成了课堂教学的整体结构。教学环节体现在教学任务设计栏目中。

每个教学环节中由一个或几个教学任务构成。教学任务是教师组织学生以完成数学任务（开展数学活动或解决数学问题）为核心所展开的教学活动，包含三个基本的要素：数学任务，教学活动，设计意图。

数学任务：是指这个教学任务中学生要完成的核心数学任务，通常包括学生所开展的数学活动或者要解决的数学问题。

教学活动：是指教师组织学生完成数学任务的方式、途径等说明，体现出教师的教学策略。

设计意图：对本教学任务设计的辅助性说明，指明其教学任务的目的或目标指向。

## 4.学生表现观察点

是指学生在这一教学任务中，学生应该出现的学生活动和表现，这不仅是引导观察者去观察这一教学过程中的学生表现，也是引导教师要去关注和引导学生表现的方向。

## 5.教学活动记录

主要是针对这一教学环节中，对教学活动（针对数学任务和教师的教学策略）和学生表现进行记录，以作研讨之用。

## 二、课例分析

## （一）教材分析

本节课位于北师大版教材《数学八年级（上）》第一章第一节. 计划授课两个课时，本节课属于第一课时，主要学习勾股定理的探究，证明及简单应用。

## （二）学情分析

在七年级，学生一方面通过《字母表示数》，《整式的运算》等章节的学习，初步形成了符号化的意识，能熟练进行整式的计算和化简；另一方面，通过《三角形》等章节的学习，积累了用割补法求图形面积的基本经验。

## （三）教学目标

1.基于直角三角形模型，能从面积和边的角度来理解勾股定理；

2.能通过图形的面积计算和变化探究多种勾股定理的论证方法，培养操作与观察，直观想象和数学探究等数学素养与能力，发展学生思维品质；

3.在探究活动中，培养学生积极思考，合作交流的意识，培养数学推理严谨的观念。

## （四）重难点分析

**勾股定理的内容是**：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方．它揭示了直角三角形三边之间的数量关系. 把形的特征转化成数量关系，搭建起了几何图形和数量关系之间的一座桥梁，体现了数形结合的思想方法. 勾股定理也是反映自然界基本规律的一条重要结论，它启发了人们对数学的深入思考，促成了三角学，解析几何学的建立，对数学进一步的发展拓宽了道路．因此，勾股定理不仅在几何中具有举足轻重的地位，也被认为是数学中最重要的定理之一．**基于以上的内容分析，本节课的重点确定为：**探究并证明勾股定理.

八年级的学生已经具备了一定的分析问题和解决问题能力，初步掌握了探索图形性质的基本方法；

但，对通过转化，将图形与数量关系相结合的证明方法还比较陌生. 因此，本节课，学生在学习中可能存在如下困难：（1）如何构造适当的图形证明勾股定理.（2）怎样理解勾股定理的各种证明方法之间的内在联系.

**基于以上的问题诊断，本节课的难点确定为：**构造图形证明勾股定理，探究典型证明方法之间的本质共性.

## （五）设计核心素养

**设计主题**：聚焦问题，有层次推进探究活动，引导学生自然思维

**核心问题**：探索勾股定理的论证方法，分解为四个层次的学习进阶路径（理解数学）。

**核心目标**：发展学生构造几何图形与数学方法拓展的探究能力，培育数学素养与思维品质（理解学生）。

**核心方法**：构造几何图形，验证三个正方形面积关系，脚手架是方格纸（理解教学）

**（六）基于学习进阶的任务设计教学环节**

**第一阶：勾股定理的形成**

**一、创设情境，观察模型，形成勾股定理（5’）**

**数学任务：引导学生**观察勾股定理模型图（如右图）模型右图模型，概括或猜想勾股定理结论。

**教学活动：**教师通过电影《流浪地球》图片，引出华罗庚建议的与外星人交流语言——勾股定理图。

**提问1：你能发现该图反映了什么几何规律吗？**

引导学生观察图形，并请2-3名学生回答。根据学生的情况，教师可适当给出引导性问题：你能观察到什么几何图形？几何图形上的小正方形的数量有何规律，等。教师基于学生的回答，进一步提问2.

**提问2：你能把发现的规律表达成关于直角三角的命题吗？**

引导学生把观察的结果进一步抽象出勾股定理，并请1-2名学生来概括命题。进而提出教学课题，介绍勾股定理定理是我国古代公元前1100多年前在《周髀算经》中就提出来的命题，西方叫毕达哥拉斯定理。于是进一步提出问题3，承上启下。

**提问3：你知道怎样证明勾股定理吗？**

教师通过这个问题引出古代毕达哥拉斯定理发现的故事，并激励学生借助方格纸（类似地板砖格子）探索勾股定理的论证方法。

**设计意图：**第一个任务主要的目的是通过情境，引出模型，学生观察模型，直接概括出勾股定理命题。这是考虑到8年级下学生已经具有比较好的概括能力，估计很多学生也了解了勾股定理的内容，引出本节课的重点后置到探索勾股定理论证方法，而不是勾股定理的形成过程。

通过教师要引导学生观察图形中的几何对象：一个直角三角形，以及三边上分别作了以直角三角形三边为边长的正方形。小正方形的数量反映了三边上正方形的面积，发现两直角边上正方形面积之和等于斜边上的面积，并归纳和猜想勾股定理铺垫。

学生发展指向“观察几何模型，分析几何对象，归纳几何规律”的数学素养；针对情境归纳和猜想命题中的“创新意识”。

**第二阶：探索等腰三角形三关系**

**二、问题探究，形成策略（10’）**

**数学任务：**在方格纸中探索等腰直角三角形三边上正方形的面积关系，重点思考：正方形的面积计算有哪些方法？方法是否可以推广？

**教学活动：**结合教材素材，由毕达哥拉斯故事引出探索论证勾股定理的方法。从地板砖图引出方格纸，首先让学生独立按照导学案方格纸先画等腰直角三角形，并填空，观察结论，然后同桌可以交流计算正方形的方法（关键在于计算非整数格点边上的正方形面积）。教师巡视，根据学生情况，找同学展示（尽可能看到不同的等腰三角形情形以及多种计算正方形面积的方法）。这一过程中，引导学生思考两个问题：

**问题1：计算非格点线上正方形面积有哪些方法（焦点转移）？**

**问题2：这些方法在非等腰直角三角形中是否可以推广？**

**设计意图：**这是第一个层次的学生操作和探究活动，目的是让学生通过操作活动，探索不同的计算正方形边上正方形面积，并比较反思这些方法的推广性。发展学生的几何操作，直观想象，几何图形的计算和变换等数学素养；在探索不同的正方形面积计算中发展学生思维灵活性和独创性，在反思方法的实质和推广性中发展学生的批判性思维。

**第三阶：探索一般直角三角形三边关系**

**三、推广方法，完善方法（15’）**

**数学任务1：**在方格纸中探索一般直角三角形三边上正方形的面积关系，重点思考：正方形的面积计算方法的一般性特征（计算面积，分割与拼补）？能否推广到非格点图形中去？

**教学活动：**在等腰直角三角形的基础上，引导学生在自己的方格纸模型上，探究一般直角三角形边上正方形面积的计算方法，提出两点引导：

**引导1：请大家计算非格点线上正方形面积有哪些方法（焦点转移）？**

**引导2：思考这些方法是否可以推广到非格点图形中去？**

**数学任务2：**探索一般直角三角形三边的关系，提问：假设没有格点，设直角三角形的两直角边为任意的a，b，斜边为c，那么你的方法还适用吗？

**教学活动：**在第一个数学任务活动的基础上，进一步提出数学任务2.这两个任务的探究活动可以整合，也可以中途先让学生分享第一个数学任务的探究活动的结果。为了让学生可持续探究，要求学生寻求多种论证方法。**最后引导大家思考这些方法的实质是什么？种类有哪些？**

（方法大概有三类：1.数（需要拼补凑整）；2.通过分割与拼补计算；3.通过重叠，出入相补.方法是实质：无论是分割与拼补都是将其转化为原直角三角形以及两直角边的关系，因此c边上正方形的面积就可以利a，b来表示或计算）

**设计意图：**这是今天重点的探究性活动，也是整节课的主体，给予学生充分的时间探究和展示探讨，然后归纳总结方法的类型和实质。目标指向与上一个环节一致。

**第四阶：巩固理解与拓展**

**四、简单应用，巩固定理理解（5’）**

**数学任务：**练习勾股定理的基本应用，掌握勾股定理的基本变化模式。

**归纳：勾股定理**

文字语言： 。

几何语言： 。

**应用：**

1、如右图，C为直角，正方形P的面积是\_\_\_\_\_\_\_\_，直角三角形边AB=\_\_\_\_\_\_AC=\_\_\_\_\_\_,斜边AB=\_\_\_\_\_\_。

2、如右图，在Rt△ABC中，*x*=\_\_\_\_\_\_\_ ，*y*= 。



**教学活动：**让学生解答ppt展示或导学案上的一些基本应用性题目，引导学生巩固定理的理解，掌握定理的基本变化模式。

设计意图：对勾股定理的基本分析与理解，目的是理解基本知识，训练基本的解题技能

**五、归纳小结，拓展思考（5’）**

**数学任务：**归纳总结本课的数学知识，论证方法，数学思想等。

**教学活动：**引导学生完成本课的总结与梳理，并拓展勾股定理有关数学文化的内容，提出论证的思考方向：比如能否将大的正方形分成两个矩形，证明分别等于两个正方形。

**设计意图：**总结与拓展，凝练本课的数学方法与数学思想，点亮主题。

**（七）教学反思**

本节课学生充分经历“观察—猜想—归纳—验证—证明”探究勾股定理的全过程. 层层铺垫，化难为易，有效达成教学目标1，突破了本节课教学的其中一个难点.

勾股定理内容简洁，结构优美，古今中外，无数的数学家和数学爱好者都对它进行了深入的研究.同时，勾股定理历史悠久，文化厚重，这也是本堂课不可多得的人文资源，我将它设计为了本节课一条重要的暗线. 沿着勾股定理的历史发展线，我介绍了中国历史上，关于勾股定理证明的两颗璀璨的明珠，一个是“赵爽弦图”，一个是青朱出入图.

在本节课我给足了学生充分思考和讨论交流的时间，学生的深入研讨，一种想法启发着另一种想法，给我带来了一个个意外的惊喜：

思维的交流与碰撞，学生的思路已经完全打开，通过旋转、类比，发现共同特点.在变化中寻找不变，将复杂图形化归为一.

勾股定理极其深厚的数学文化底蕴是其它定理无法比拟的，学生对勾股定理多种证明方法的探究不仅仅是对基础知识和基本方法的学习，更是科学精神在数学学习中的具体体现.

通过多角度的探究，学生对定理有了更深层次的思考，我最后引导学生回顾本节课所学习的知识内容，总结其中的数学思想方法，促进学生认知结构与思维品质的进一步提高.。

总的来说，本节课有以下三个特点：

1.文化为线， 贯穿课堂始终

我以探究和证明勾股定理的各种方法为主线，以勾股定理的发现、发展的历史文化背景和数学文化背景为暗线贯穿整堂课始终.

2．问题为串，设置层层铺垫

精心设计问题串，针对定理证明的重点和难点层层铺垫，引导学生独立探究，合作交流，思维不断地碰撞出火花，充分的体会了数形结合和转化等数学思想.

3．学生为本，发展核心素养

本节课以学生为本，通过丰富的课堂活动将几何直观、逻辑推理等数学学科核心素养与人文底蕴、科学精神等中学生核心素养紧密联系，体现了数学学科在培养品格健全人的方面的重要价值和作用.