**《在二次函数背景下研究正方形存在性问题》课例分析**

1. 选取该题目作为专题教学内容的教学背景：

教材分析：

结合最近几年的成都中考真题，不难发现，第28题压轴题一定是二次函数的综合性题目，在这道题的第3问中，大致可以分为以下几类：

1. 存在性问题：
2. 二次函数中的特殊三角形存在性问题（这里的三角形可以是等腰三角形、等边三角形、等腰直角三角形）；
3. 二次函数中与已知三角形相似的三角形存在性问题；话
4. 二次函数中与已知三角形面积产生联系的三角形存在性问题；
5. 二次函数中特殊平行四边形存在性问题（可以是平行四边形、矩形、菱形、正方形）。
6. 最值问题+定值问题。
7. 动点问题（路径问题）。

由此可见，将存在性问题分为多个小专题来授课是非常必要的。

学情分析：

在八年级学过一次函数后，我们已经在该背景下研究过特殊三角形的存在性问题，其中不乏等腰三角形等，也研究过在已知三角形的前提下，是否有点存在，构成全等三角形。对处理存在性问题有了一定的感悟，往往是：假设存在——尝试画图，在该过程中分析是否具有多种可能性——选择合适的分类标准，进行讨论——结合题意推理计算。在此背景下，经历了九年级的反比例函数、二次函数和相似三角形、特殊平行四边形的学习后，便可以将存在性问题放到反比例函数和二次函数中来研究，学生也有了一定的方向和研究策略，可以进一步体会存在性问题的本质。

教学目标：

1. 能根据题中给出的条件，选择恰当的表达式（一般式、顶点式、交点式），用待定

系数法求出抛物线解析式

1. 在二次函数的综合性题目中，能结合图象，在题意中抽取出有用的信息，并能

用数学语言表达（若没有图形则可自己尝试画图），找出符合题意的点，尝试解答

3、在学习的过程中，经历独自思考、小组讨论的过程，增强自信心，树立健全人格

教学重、难点：

教学重点：在二次函数的综合性题目中，能结合图象，在题意中抽取出有用的信息，并能用数学语言表达（若没有图形则可自己尝试画图），尝试解答

教学难点：归纳总结怎么处理二次函数中的存在性问题，存在性问题的本质是什么。

1. 课堂教学过程分析：
2. 情景创设，感知模型：

引入2017年成都中考第28题：

如图1，在平面直角坐标系*xOy*中，抛物线*C*：*y*＝*ax*2+*bx*+*c*与*x*轴相交于*A*，*B*两点，顶点为*D*（0，4），*AB*＝4，设点*F*（*m*，0）是*x*轴的正半轴上一点，将抛物线*C*绕点*F*旋转180°，得到新的抛物线*C*′．

1. 求抛物线*C*的函数表达式；
2. 如图2，*P*是第一象限内抛物线*C*上一点，它到两坐标轴的距离相等，点*P*在抛

物线*C*′上的对应点*P*′，设*M*是*C*上的动点，*N*是*C*′上的动点，试探究四边形*PMP*′*N*能否成为正方形？若能，求出*m*的值；若不能，请说明理由．

 

设计意图：

①让学生走进中考，感受第28题压轴题会以什么样的方式出现。

②让学生想象在二次函数的场景中，出现正方形，应如何搭桥，实现它们之间的转换。

1. 模型初成，形成概念：

分解上述题目，找到两个关键词--抛物线、正方形，经讨论后，确定应以正方形为条件进行解答。回顾在平面直角坐标系中确定正方形的方法。

问题一：在平面直角坐标系*xOy*中，有三个点，分别是点*A（-2，0）*，*B（2，0）*，C（0，4）三点

 你可以在平面内找到一个点M，使得以A、B、C、M为顶点的四边形成为一个平行四边形吗？它可以成为一个菱形吗？

可以成为一个矩形吗？

如果能请找出点M的坐标，若不能，请说明原因。

同学们可以通过数形结合的方式，体会这样的点一共有3个，在此基础上，也能通过平移等方式快速找到点M。在同学们解释平行四边形可以成为菱形，而不可以成为矩形的基础上，引导学生考虑成为菱形是因为给出点的特殊性，

感受：如果三个点的相对位置不特殊的话，要想确定特殊的平行四边形应该怎么办？

问题二：你可以在问题一*A（-2，0）*，*B（2，0）*，C（0，4）三点的基础上加以改编，找到一个正方形吗？

在问题一的引导下，孩子们能够想到两个办法：①将点的位置改的特殊；②在三个点的基础上减少一个点，变成两个点，在此基础上再寻找两个新点才能再谈菱形、矩形、正方形的形成问题，如：在点A、B的基础上再找到两个点M、N，使得它们构成正方形 。

问题二从平行四边形过渡到特殊的平行四边形，从一般到特殊，让学生体会在这个过程中，需要有更多条件的限制。

得出结论：要想找到特殊的平行四边形，应在二定点的基础上来完成。（其中还要注意分类讨论，已知两点得到的已知线段应做边还是做对角线）

问题三：若抛物线过点*A（-2，0）*，C（0，4），点B为该抛物线上一个动点，点N为任意点，使得四边形ACBN是一个正方形。

你能求出这条抛物线解析式吗?

你可以在此基础上作变式吗？

在学生可以在正方形的条件下找到点的前提下，引入点在抛物线上，求出抛物线解析式，让学生体会正方形与二次函数中的衔接点即是满足条件的点，即：

正方形←→点←→二次函数

1. 理解运用，强化概念：

问题四（变式）：在问题一的基础上，我们以点C（0，4）为顶点，点A*（-2，0）*、点B*（2，0）*为与x轴的交点构成一条抛物线，

 （1）你可以求出这条抛物线的解析式吗？

（2）若将这条抛物线向右平移m（m≥2）个单位得到新的抛物线，点A在新抛物线上对应点为

A′，是否存在点M在新抛物线上，点N为任意点，使得以点C、A′、M、N为顶点的

四边形为正方形，若能，求出m的值，若不能，说明理由。

设计意图：将任意点改为满足一定条件的动点，增加难度，加深学生对存在性问题的本质理解，实现思维的进阶。规范答题过程，意为让学生形成严密的逻辑思维，在此过程中确定本堂课的核心教学问题：二次函数中的存在性问题本质即是满足条件的点的存在。

1. 方法总结，并连迁移：

尝试独立解决问题情景中给出的2017年的成都中考题。

1. 教学效果评价：

本节课以二次函数为背景，研究正方形的存在性问题，紧扣正方形的存在性问题即是点的存在性问题，进而可以过渡到点在抛物线上，可求二次函数解析式。本课作为小专题复习课，选题较好，课中学生反应热烈，不仅能进行分类讨论，找出正方形存在的多种情况，也能根据现有条件准确求出点坐标，还能根据题目中的条件进行一定的变式，在一定程度上达到了本节课的目的。但是本课还有很多值得思考的地方，例：引入2017年中考题作为情景，最后却没有时间进行解决。解决办法是可以在前面讲已知二定点为正方形的二顶点的前提下，体会能够找出符合题目要求另外两点，而不用去把每种情况都详细罗列，将多出来的时间用以解决情景中问题。在此前提下，将2017年中考题作为课后作业来完成，有10个左右的同学可以快速找出一种情况，求出m，一半左右的同学经过多一点时间的思考也可以找出，为老师第二节课讲解该题作了一个很好的铺垫。