|  |
| --- |
| **选修1-1 第二章　圆锥曲线与方程** |

**2.1　椭　圆**

**2.1.1　椭圆及其标准方程**

**一．基础知识**

**1.椭圆的定义**

平面内与两个定点F1,F2的距离　　　等于常数(大于|F1F2|)的点的轨迹叫做椭圆.这两个定点叫做椭圆的　　　　,两焦点间的距离叫做椭圆的　　　.

**2．椭圆的标准方程**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 焦点位置 | 在x轴上 | 在y轴上 |
| 标准方程 | (a>b>0) | (a>b>0) |
| 图形 |  |  |
| 焦点坐标 | (±c,0) | (0,±c) |
| a,b,c间  的关系 |  | |

**二、基本题型**

**（1）求椭圆的标准方程**

【例1】.已知椭圆的焦点为F1(-1,0)和F2(1,0),P是椭圆上一点,且|F1F2|是|PF1|与|PF2|的等差中项,则该椭圆的方程为(　　)

A.+=1 B.+=1 C.+=1 D.+=1

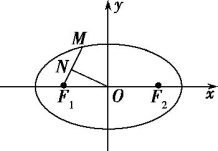
思路点拨　根据|F1F2|是|PF1|与|PF2|的等差中项及椭圆的定义求解.

【练1】.设F1,F2分别是椭圆E:x2+=1(0<b<1)的左、右焦点,过点F1的直线交椭圆E于A,B两点.若|AF1|=3|F1B|,AF2⊥x轴,则椭圆E的方程为　　　　　.

【练3】.已知椭圆的两个焦点坐标分别是(0,-2),(0,2),并且椭圆经过点,则椭圆的标准方程为　　　　.

**（2）椭圆定义的应用**

【例2】.椭圆+=1上一点M到焦点F1的距离为2,N是MF1的中点,则|ON|等于(　　)



A.2 B.4 C.8 D.

思路点拨　椭圆的定义→求出|MF2|→三角形中位线定理→求|ON|

【练1】已知椭圆C:+=1,点M与C的焦点不重合.若M关于C的焦点的对称点分别为A,B,线段MN的中点在C上,则|AN|+|BN|=　　　　.

**（3）利用椭圆的定义求轨迹方程**

【例3】设F1、F2分别为椭圆C:+=1(a>b>0)的左、右焦点.

(1)若椭圆C上的点A到F1、F2两点距离的和为4,写出椭圆C的方程和焦点坐标;

(2)设点K是(1)中椭圆上的动点,求线段F1K的中点的轨迹方程.

【练1】已知圆M:(x+1)2+y2=1,圆N:(x-1)2+y2=9,动圆P与圆M外切并且与圆N内切,圆心P的轨迹为曲线C.求C的方程.

**2.1.2　椭圆的简单几何性质**

**一．基础知识**

1.椭圆的简单几何性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 标准方程 | +=1(a>b>0) | +=1(a>b>0) |
| 图形 |  |  |
| 范围 |  |  |
| 对称性 | 对称轴:坐标轴;对称中心:(0,0) | |
| 焦点 | F1　　　　,  F2 | F1　　　　,  F2 |
| 顶点坐标 |  |  |
| 轴长 | 短轴长=　　　　,长轴长= | |
| 焦距 | |F1F2|= | |
| 离心率 | e= | |

2.椭圆的离心率对椭圆扁平程度的影响

椭圆的离心率e越大(0<e<1),则椭圆越　　　　;椭圆的离心率e越小,则椭圆越　　　　,当e接近于0时,椭圆接近于　　　　.

**二．基本题型**

**1、椭圆的简单几何性质**

【例1】椭圆+=1(a>b>0)的左、右顶点分别是A、B,左、右焦点分别是F1、F2.若|AF1|,|F1F2|,|F1B|成等比数列,则此椭圆的离心率为(　　)

A. B. C. D.-2

思路点拨　用含a,b,c的代数式分别表示出|AF1|,|F1F2|,|F1B|,再根据它们成等比数列,列式求e.

【练1】设椭圆C:+=1(a>b>0)的左,右焦点为F1,F2,过F2作x轴的垂线与C相交于A,B两点,F1B与y轴相交于点D,若AD⊥F1B,则椭圆C的离心率等于　　　　.

【练2】椭圆Γ:+=1(a>b>0)的左,右焦点分别为F1,F2,焦距为2c.若直线y=(x+c)与椭圆Γ的一个交点M满足∠MF1F2=2∠MF2F1,则该椭圆的离心率等于　　　　.

**2.利用椭圆的几何性质求标准方程**

【例2】已知椭圆C:+=1(a>b>0)的左、右焦点为F1、F2,离心率为,过F2的直线l交C于A、B两点.若△AF1B的周长为4,则C的方程为(　　)

A.+=1 B.+y2=1 C.+=1 D.+=1

思路点拨　利用椭圆的定义及a、b、c之间的关系,确定a、b的值,从而求出椭圆的标准方程.

【练1】已知中心在原点的椭圆C的右焦点为F(1,0),离心率等于,则C的方程是(　　)

A.+=1 B.+=1 C.+=1 D.+=1

【练2】已知椭圆中心在原点,一个焦点为F(-2,0),且长轴长是短轴长的2倍,求该椭圆的标准方程.

3.椭圆的离心率

【例3】设椭圆C:+=1(a>b>0)的左、右焦点分别为F1,F2,P是C上的点,PF2⊥F1F2,∠PF1F2=30°,则C的离心率为(　　)

A. B. C. D.

思路点拨　解答本题先令|PF2|=1,再解直角三角形.利用定义求离心率.

【练1】设F1、F2分别是椭圆E:+=1(a>b>0)的左、右焦点,过点F1的直线交椭圆E于A,B两点,|AF1|=3|F1B|.

(1)若|AB|=4,△ABF2的周长为16,求|AF2|;

(2)若cos∠AF2B=,求椭圆E的离心率.

【练2】设F1,F2分别是椭圆C:+=1(a>b>0)的左,右焦点,M是C上一点且MF2与x轴垂直.直线MF1与C的另一个交点为N.

(1)若直线MN的斜率为,求C的离心率;

(2)若直线MN在y轴上的截距为2,且|MN|=5|F1N|,求a,b.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **2.2　双曲线**  **2.2.1　双曲线及其标准方程**  **一．基础知识**  **1.双曲线的定义**   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | 自然语言 | 符号表示 | | 定  义 | 平面内与两个定点F1,F2的距离的　　　　　　等于常数(小于|F1F2|)的点的轨迹叫做双曲线 | ||MF1|-|MF2||=2a(常数),其中0<2a<|F1F2| | | 有关  概念 | 两个定点叫双曲线的　　　.　　　　间的距离叫做双曲线的焦距 | 焦点:  焦距: |   **2.双曲线的标准方程**   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | 焦点在x轴上 | 焦点在y轴上 | | 标准方程 |  |  | | 焦点坐标 |  |  | | a、b、c间的  关系 | c2= | |   **二．基本题型**  **1.求双曲线的标准方程**  【例1】已知圆C:x2+y2-6x-4y+8=0,以圆C与坐标轴的交点分别作为双曲线的一个焦点和顶点,则适合上述条件的双曲线的标准方程为(　　)  A.-=1 B.-=1 C.-=1 D.-=1  思路点拨　解答本题先求圆C与坐标轴的交点坐标,得出双曲线的焦点坐标和顶点坐标,然后求双曲线的标准方程.  【练1】设双曲线C的两个焦点为(-,0),(,0),一个顶点是(1,0),则C的方程为　　　　.  【练2】根据下列条件,求双曲线的标准方程.  (1)c=,经过点(-5,2),焦点在x轴上;  (2)与双曲线-=1有相同的焦点,且经过点(3,2).  **2.双曲线的定义的应用**  【例2】若双曲线-=1(a>0,b>0)和椭圆+=1(m>n>0)有共同的焦点F1、F2,P是两条曲线的一个交点,则|PF1|·|PF2|=(　　)  A.m2-a2 B.- C.(m-a) D.m-a  思路点拨　利用椭圆和双曲线的定义求解.  【练1】已知F1、F2为双曲线C:x2-y2=2的左、右焦点,点P在C上,|PF1|=2|PF2|,则cos∠F1PF2=(　　)  A. B. C. D.  【练2】已知双曲线x2-y2=1,点F1,F2为其两个焦点,点P为双曲线上一点.若PF1⊥PF2,则|PF1|+|PF2|的值为　　　　.  **3.求动点的轨迹方程**  【例3】有一动圆P恒过定点F(a,0)(a>0)且与y轴相交于点A、B,若△ABP为正三角形,则圆心P的轨迹为(　　)  A.直线 B.圆 C.椭圆 D.双曲线  思路点拨　△ABP为正三角形,则P到y轴的距离d=R(其中R为圆P的半径).  【练1】在△ABC中,|BC|=4,△ABC的内切圆切BC于D点,且|BD|-|CD|=2,则顶点A的轨迹方程为　　　　　　　　.    【练2】已知定圆F1:x2+y2+10x+24=0,定圆F2:x2+y2-10x+9=0,动圆M与定圆F1,F2都外切,求动圆圆心M的轨迹方程.  思路点拨　利用两圆外切的条件,表示出|MF1|及|MF2|,然后借助定义法求解.  **2.2.2　双曲线的简单几何性质**  **一、基础知识**  1、双曲线的几何性质   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 标准方程 | | -=1(a>0,b>0) | -=1(a>0,b>0) | | 图形 | |  |  | | 标准方程 | | -=1(a>0,b>0) | -=1(a>0,b>0) | | 几  何  性  质 | 范围 |  |  | | 焦点  坐标 |  |  | | 顶点  坐标 |  |  | | 对称性 | 对称轴　　　　,对称中心 | | | 轴长 | 实轴长　　　　,虚轴长 | | | 离心率 | e= | | | 渐近线 |  |  |   2、等轴双曲线  　　　　和　　　　等长的双曲线叫做等轴双曲线，等轴双曲线的离心率e= |

|  |
| --- |
| **二、基本题型**  **1、双曲线的简单几何性质**  【例1】双曲线C:-=1(a>0,b>0)的离心率为2,焦点到渐近线的距离为,则C的焦距等于(　　)  A.2 B.2 C.4 D.4  思路点拨　由离心率及a,b,c的关系得出渐近线方程,再由焦点到渐近线的距离求c,进而可求焦距.  【练习1】若实数k满足0<k<5,则曲线-=1与曲线-=1的(　　)  A.实半轴长相等 B.虚半轴长相等 C.离心率相等 D.焦距相等  【练习2】双曲线x2-y2=1的顶点到其渐近线的距离等于(　　)  A. B. C.1 D.  **2、由几何性质求双曲线的标准方程**  【例1】已知双曲线-=1(a>0,b>0)的一条渐近线平行于直线l:y=2x+10,双曲线的一个焦点在直线l上,则双曲线的方程为(　　)  A.-=1 B.-=1 C.-=1 D.-=1  思路点拨　根据双曲线的渐近线与直线l平行得到渐近线的斜率,由双曲线的一个焦点在直线l上求出c,然后解方程组即可求出a2,b2的值.  【练习1】过双曲线C:-=1的右顶点作x轴的垂线,与C的一条渐近线相交于点A.若以C的右焦点为圆心、半径为4的圆经过A,O两点(O为坐标原点),则双曲线C的方程为(　　)  A.-=1 B.-=1 C.-=1 D.-=1  【练习2】已知直线x=-2过双曲线-=1(a>0,b>0)的一个焦点,且双曲线的离心率为2,则该双曲线的方程为　　　　　　　　.  **3、双曲线的离心率**  【例3】设F1,F2分别为双曲线-=1(a>0,b>0)的左,右焦点,双曲线上存在一点P使得(|PF1|-|PF2|)2=b2-3ab,则该双曲线的离心率为(　　)  A. B. C.4 D.  思路点拨　由双曲线的定义可得||PF1|-|PF2||=2a,从而可将已知等式转化为关于a,b的方程,求出a,b之间的关系,再将双曲线的离心率用a,b表示即可.  【练1】已知双曲线-=1的右焦点为(3,0),则该双曲线的离心率等于(　　)  A. B. C. D.  【练2】设直线x-3y+m=0(m≠0)与双曲线-=1(a>0,b>0)的两条渐近线分别交于点A,B.若点P(m,0)满足|PA|=|PB|,则该双曲线的离心率是　　　　.  【练3】设F1,F2是双曲线C:-=1(a>0,b>0)的两个焦点.若在C上存在一点P,使PF1⊥PF2,且∠PF1F2=30°,则C的离心率为　　　　. |