架一座方程与函数之间的综合桥

—— 用数形结合的思想看《二元一次方程和一次函数》

初中数学北师大版八年级上册第五章第6节《二元一次方程与一次函数》在很多传统课上就处理为单纯讲授二元一次方程（组）与一次函数的关系。李正辉老师在2011年成都七中举行的教育年会上，揭示了这节课数形结合的数学本质。受到这一启发，结合实际教学对二元一次方程和一次函数有了新的认识。

1. 函数自身的数形结合基础

 一次函数的学习就是一个建立数形结合直观的过程。一次函数解析式（数）与一次函数图象（形）的数形结合。而这两个结合的落实是通过坐标（数）与点（形）的结合来完成的。

 函数解析式 坐标 点 函数图象

 数 形

这里就已经揭示了函数解析式与函数图象之间的数形结合不是单独的两者之间的桥梁，而是通过坐标与点这两个关键过度区才能连接起来。所以在二元一次方程与一次函数的关系中，就要从解析式与二元一次方程来作为连接点。

1. 从表达方式建立方程与函数的第一座大桥：

学生探索问题

(1)、在平面直角坐标系中画出一次函数y＝5－x的图象

(2)、y＝5－x是一个二元一次方程吗？如果是，为什么？如果不是，可以变成二元一次方程吗？

 第一个问题，作图时让学生感受列表（两个点）描点的过程，体会解的来源。第二个问让学生思考讨论后，学生的回答是“这有两个未知数，且所含未知数项的次数都是1”。学生是用二元一次方程的概念来解释为什么y＝5－x是二元一次方程。

师：这个解析式可以恒等变式为二元一次方程的一般式吗？

生：可以改写成

师：是否所有的一次函数解析式都可以恒等变式为二元一次方程？

反之所有的二元一次方程是否都可以恒等变式为一次函数解析式？

点拨归纳：一次函数解析式与二元一次方程的表达式本质上是相同的。每一个二元一次方程都对应着一个一次函数解析式，反过来每一个一次函数解析式都可以看作是一个二元一次方程。

在此版块就建立了方程与函数解析式的关系：

每一个二元一次方程都对应着一个一次函数，而每一个一次函数解析式又对应着一个一次函数图象。

 函数图象

函数 方程

 函数解析式（数） 对应（数）

1. 从图象上点的坐标（形）与方程解（数）的关系建立方程与函数的第二座大桥

（一）从数到形：

学生探索问题

(3)、方程x＋y＝5的解有多少个?写出其中的五个.

(4)、以这些解为坐标的点，它们在一次函数y＝5－x上吗？为什么？

 函数图象

函数 点（坐标） 方程的解 方程

 函数解析式 对应（数）

（二）从形到数：

学生探索问题

(5)、在一次函数y＝5－x图象上任取一点，它的坐标适合二元一次方程x＋y＝5吗？

(6)、以方程 x＋y＝5的解为坐标的所有点组成的图象与一次函数y＝5－x的图象相同吗？

 函数图象 对应（形）

函数 点（坐标） 方程的解 方程

 函数解析式 对应（数）

点拨归纳：

（1）二元一次方程的解为坐标的点都在相应的函数图象上

（2）一次函数图象上的点坐标都是相应的二元一次方程的解

（3）以二元一次方程的解为坐标的所有点组成的图象与相应的一次函数的图象是相同的，一条直线。所以二元一次方程也称为线性方程。

1. 升华数形结合之二元一次方程组与两个一次函数的数形关系。

自主学习二：二元一次方程组与两个一次函数的关系

探索3：

（1）、在同一个直角坐标系内分别作出一次函数y＝2x－1和y＝5－x的图象,这两个图象有交点吗? 能否从图中得到交点坐标？

（2）、由这个交点坐标你能确定二元一次方程组 的解吗？ 为什么？

利用交点坐标来解决二元一次方程组的问题。

生：这个交点的坐标满足两个解析式。

师：坐标只是满足解析式，为什么就是方程组的解呢？

学生在此时还没有建立函数解析式与方程的关系，所以又引导

师：坐标满足的是解析式， 函数解析式和二元一次方程组有什么关系呢？

生：交点坐标是函数解析式相应的二元一次方程的公共解。

此时我在这里的处理就有点欠妥，没有抓住学生公共解的问题。

师：是两个二元一次方程的公共解，那就是这个二元一次方程组的解。

点拨归纳：二元一次方程组的解就是相应两个一次函数图象（两条直线）交点的坐标。反之两条直线的交点坐标就是相应的二元一次方程组的解。

板书

直线

 交点（坐标） 解 方程组

直线

1. 一次函数与二元一次方程关系的用处——运用数形结合

例题讲解

1、利用函数图象解方程组

例1：用做图象的方法解方程组：

（1）书写步骤；

A 二元一次方程化一次函数

B 作函数图象

C 找交点

D 方程组的解

E 写出解题格式

探索四：

用图象法解二元一次方程组 和

你发现了什么？

点拨归纳：

（1）平行——无解 重合——无数个解

（2）总结解二元一次方程组的方法：加减、代入、图象

2、根据方程组的解求函数图象交点的坐标

例2：已知函数的图象交于点P，求点P的坐标

此题，很多学生早已会解。这节课我的问题着重在问什么需要将两个函数解析式联立起来求交点。

生：点p在两条直线上，横纵坐标相等，所以2x-1=3x+2

师：这是谈到了交点的本质：从几何方面，交点是两条直线的公共点，从代数方面这个交点的横纵坐标满足两个解析式。而这位同学是找到了公共点的特性，横纵坐标相等，建立了一元一次方程来解决。还可以从哪方面来解释？比如我们这节课学到的二元一次方程组与两个一次函数的关系。

生：两条直线的交点坐标就是相应的二元一次方程组的解。

也就是在这个问题上进一步发现，学生在思维上并没有建立方程与函数解析式的桥梁

五、相应的课后练习作为巩固

自检互评

1．已知一次函数 y = 3x - 1 与 y = 2x 图象的交点是（1，2），求方程组

的解．

2．有一组数同时适合方程 x + y = 2 和 x + y = 5 吗？一次函数与的图象之间有什么关系？

 3．求两条直线与和轴所围成的三角形面积．

 4．如图，两条直线与的交点

第４题

坐标可以看作哪个方程组的解？

（教材的练习题）

1. 由点坐标和解落实了方程与函数间的综合大桥

 方程与函数是两个领域的知识，它们之间要建立的“大桥”就像是一座跨海大桥，很抽象，更是很困难。可是从方程这一端有一个延伸出来的半岛，也就是方程的解。而从函数这一段有一个大陆架形成的小岛——函数图象上点的坐标。这样看似遥远的距离在这两座“小岛”的串接下就变得很近了。而这座跨海大桥也不会不会抽象了。所以，建立起了点坐标和方程的解之间的桥梁是建立函数与方程之间的关键。