**《初中生学习过程中深层次数学思维培养案例研究》**

**研究方案**

双流县名教师工作室 罗宗绪

**一、研究背景、意义**

课程改革十年来，关注学生的发展，提升学生的素质的教育理念的影响下，我校“以课程改革为核心，全面实施素质教育”办学理念，积极的推动了素质教育。主研的市级研究课题《自主合作探究式初中数学课堂教学模式的构建与研究》研究成果将新课程理念转化为了具体的教育教学行为，促成了教师教育教学观念的转变，优化了学生的学习方式，教育教学效果显著。受着教师和学生成绩评价往往是通过考试的分数评价的影响，教学还存在低认知现象，其表现为：许多本该达到理解水平的课，教师启发性的讲解，学生有意义的接受，是我国传统教学精彩之处，但不少教师将此下降为“填空式的问答”，所谓边讲边问，小步快进，其实“讲是为了灌输知识，问是看学生收到没有”，把教学混同于学科习题机械训练和简单强化，思考力下降。自主合作探究式初中数学课堂教学模式其本质是探究，教师常常通过解释或让学生记住最简捷的方法得出答案，表面的探究，实际上是讲解，达不到学生亲自投入探究的思考力水平。由此，对自主合作探究式初中数学课堂教学模式的操作应用还需更深层次的思考。究其以上现象根本原因：“教师没能抓住数学教育的核心是培养学生的思考力”。现在培养学生核心素养的教育背景下，如何以培养学生思考能力为抓手，发展学生的核心能力，培养学生的核心素养呢？

“青浦实验的新世纪行动”中相关数据的分析，比照17年前的测试结果可以发现，尽管测试成绩的总分有了很大提高，但是在最高水平的探究性理解上却停止不前。 波利亚在《数学有助于思考》在报告中强调数学是一门激活人类心智、唤醒人类思想的学科，数学学习最重要的就是让学生学会更聪明地思考问题，即学会在更高的层次上进行数学思维，用数学的眼光巧妙地看待世界上的问题。所以，教师需要思考：“对学生而言，什么样的思维是深层次的，以什么内容载体，提供什么样的教学过程以促进他们的思考”。我们必须进一步深究这个问题。

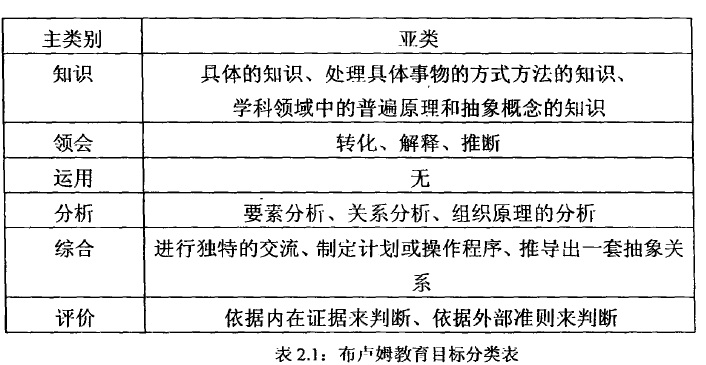
丘成桐院士曾说过的“美国的中学，数理化教育比中国好得多，因为美国的中学更注重培养学生的思考能力。” 培养优秀人才的根本是要让学生具有创新能力和思考能力，培养创新能力和思考能力的根本则是培养深层次思维。因此，提升学生的思维层次日益成为我国数学教育的一个迫在眉睫的任务，如何培养学生深层次数学思维是课题的核心问题。

工作室于2015年3月成立，工作室学员的工作态度积极上进，教学成绩优秀，课堂教学有较强的调控能力和研究能力。一年的研修过程中，从学员的研究课中表现出了学员对教学目的理解：“数学教学不只是教给学生知识，更重要的是发展学生的思维”。他（她）们积累了大量引导学生“使用”知识、“欣赏”知识、与知识“打交道”过程中发展学生的思维能力的课堂教学案例，并形成了自主合作探究式数学课堂教学模式的研修成果，现我们工作室面对两个问题：（1）对学生而言，在发展学生核心能力的在教育背景下，我们如何深化研修成果，通过培养学生深层次的数学思维发展学生的核心能力（解决问题能力、创新能力、思维能力）。（2）学员如何通过真实教学案例研究提高教育教学研究能力，提升其教育素养。

**二、研究的理论基础**

**布卢姆目标分类理论**

布卢姆把认知过程维度的教育目标体系由六个由简单到复杂的层次构成．包括知识、领会、运用、分析、综合、评价。该理论以认知过程的能力为维度、以学生学习结果的外显行为作为教学目标分类的基点，目标具有可测量性和可观察性的特点，以此为出发点广泛用于教学设计与教学评价。关注学生学习的目标，因此它还被广泛地用于测验的设计来区分学生的学习结果。其中分析、评价、创造，为深层次数学思维水平。



**思维品质特征理论**

林崇德先生认为：思维是智力与能力的核心（2001，p.143），培养思维品质是发展智能的突破口（p.147），并提出了五种思维品质：敏捷性、灵活性、批判性、独创性、深刻性（p.255）。

**皮亚杰学习理论**

皮亚杰事实上的学习理论，是以学习作为一种平衡过程的概念为中心的。个体努力争取在他与周围世界的互动中，通过持续的适应来维持一种稳定的平衡状态。个体通过让自己适应于他的环境以及试图改变环境以适应他自己的需要而展开一种积极的调适过程。这种适应是在一个持续进行的互动中发生的，互动介于同化与顺应的过程之间，它们倾向于时时平衡彼此。 同化涉及把某些东西接纳到一个已经存在的结构之中。在学习领域中，这一概念指的是把新的影响合并进入到一个已有的运动、潜在活动、知识结构模式或理解模式之中。 顺应是指接收有机体改变自己本身，从而能够将来自环境的影响接纳进来，在学习中，这一概念指的是根据新的冲动来突破和重构已有的运动、潜在活动、知识结构模式或理解思维灵活性与其他思维品质相辅相成，相互影响。

**克鲁切茨基关于“数学天才儿童”的相关研究**

前苏联克鲁切茨基所做的相关研究指出，具有深层次数学思维行为特征的学生一

般被称为“在数学学习上有特殊才能的学生”，即“数学天才儿童”。他认为，有数学才能的学生往往会在以下九个方面具有较为特别的表现：

概括数学材料的能力：能够发现关系较远的数学对象间存在的的实质性联系；缩短推理过程：在从事数学推理活动时尽可能减少推理步骤；正向思维到逆向思维：从正定理到逆定理的过渡，或是从直接证明到问、间接证明的转换；解决问题中的思维灵活性：从一种思路转换到另一种思路的转换，具有与众不同的的、不落俗套的思路；想象能力：从具体的对象中抽象出形式，并能对抽象出的形式进行运算；流畅的逻辑拥理能力：准确把握推理过程中存在的因果关系、偏爱推理；结构件的记忆能力：对学习的数学内容和知识能够进行概括性、结构性记忆：对数字的敏感性：能够独立划看出一一些数字或代数模式，并运用数字及符号进行相关运算；空间观念—一善于把掘几何对象，包含含空间与平面的形状特征与结构关系。

数学被誉为“思维的体操”！新的数学课程标准也把“数学思考”领域内的目标作为教学的总体目标，发展学生数学思维能力是数学教学的核心任务与目标。从心理学角度出发，林崇德先生认为：思维是智力与能力的核心，培养思维品质是发展智能的突破口，说明思维具有层次的，思维层次就是对学生能达到的思维深度进行划分，思维层次与问题层次不一定相同，同一问题的层次是常数，学生思维层次是一个变量，教师教学方法，教学模式和教学艺术不同，学生思维层次不一样。

**三、概念的界定**

**（一）数学思维概念及结构**

“思维是人脑对现实事物间接的、概括的加工形式，由复杂的脑机制所赋予，包括人脑对信息的处理（分析、抽象、综合、概括、对比等）系统的和具体的过程，由内隐或外显的语言或动作表现出来，是认识的高级形式。”思维可以概括为是“一系列内部的符号活动，它导致产生新颖的、有效的主意或结论，其中，符号活动指思维者对于外部事件的表征：系列则表明思维不只是由知觉经验或长时记忆再现所驱动的外部反映。”

一般来说，数学思维是指人们在数学学习研究与应用中思想或心理的过程与表现的，通过对数学问题的提出、分析、解决、应用和推广等一系列工作，获得对数学对象的本质和规律性的认识过程。数学思维是由若干成分组成的关联系统，其由数学思维的内容，数学思维的类型，数学思维的品质．数学思维的方法四个方面组成。

**数学思维的内容** 是指数学思维的材料与结果。数学思维的材料包括外部材料和内部材料．外部材料如数学概念中的命题、定理、公式、法则，数学问题中的图形、符号及语言文字等，内部材料指思维者已有的数学知识基础和处理外部材料的经验，它存储于人脑之中，数学思维的结果是数学思维的精神文化产品，即知识、经验和心智技能。

**数学思维的方法**的进行数学思维操作的基本手段．主要包括；分析与综合、比较与分类、抽象与概括、类比于推理、联想与猜想等．

**数学思维的类型** 可以分为逻辑思维、形象思维和直觉思维三种，并在此基础上演绎出创造思维。在这三种思维中，形象思维是其他几种思维的先导，它是借助数学形象或表象反映对象本质和规律的一种思维，表象与想象是其中两大基本元素。逻辑思维是三者的核心，它借助数学概念、判断、推理等思维形式，通过数学语言（包括符号、图形、自然语言等）来反映数学对象的本质和规律，具体分为形式逻辑、数理逻辑和辩证逻辑，三种逻辑形式是按其理性程度由低到高的水平依次递增的。直觉思维是三种思维类型中复杂程度最高的一种，它是前两种思维结合到一定程度后完成的一种质的飞跃。直觉思维指的是一种直接反映数学对象结构关系的心智活动形式，具有这种思维类型的人能以高度省略，浓缩，简化的方式洞察问题实质。

**数学思维品质** 就是在数学思维的发生与发展过程中的介体所表现出来的个性特征。数学思维品质反映了个体间数学思维发展水平，是衡量一个人数学思维优劣、判断数学能力高低的主要标准。数学思维的独特特点决定了其思维品质主要可以分为思维的敏捷性、灵活性、深刻性、广阔性、批判性、独创性、直觉性七种。

（二）**深层次数学思维的概念的认识**

我国一些研究者提出具有深层次数学思维的初中生应当在以下几个方面有突出表现，它们是：深刻理解数学课程内容；掌握数学思想方法；应用数学解决问题：发现问题和提出问题；评价与反思能力；创新意识和基本能力等。

鲍建生则认为考查学生如何从低层次数学思维过渡到高层次数学思维的工作主要有两个途径：一是渗透到具体的数学概念学习上，考察学生的数学思维是如何发展的；二是利用认知单元和认知根源等概念在宏观上讨论数学认知的发展。几乎所有的研究都表明，从低层次思维向高层次思维的过渡遵循着两条平行但本质不同的途径：

一条是“对象——几何——公理化”，一条是“过程——代数——形式化”。

韬尔认为深层次数学思维都应含有两个特征：思维对象包括严谨的数学定义，思维过程包含数学定理与命题的逻辑演绎，它在数学学习中表现为学习者对数学思维对象理解的透彻和精确性，并能按照数学的方法和规则进行合理严密的逻辑推理，具有较强的数学问题解决能力．因此，深层次数学思维运用认知结构产生学生的广泛数学活动，它建构了新的观念，建立和扩展了．已经确定的定理的成长系统。它具有八个特点：概括性、凝聚性、协调性、精确性、逻辑性、层次性、问题性和反省性。

**（三）数学思维品质特征**

数学被誉为“思维的体操”！发展学生数学思维能力是数学教学的核心任务与目标。林崇德先生认为：思维是智力与能力的核心（2001，p.143），培养思维品质是发展智能的突破口，的概括。对于初中生来说，核心的数学思维品质主要有七个，分别是思维的敏捷性、

灵活性、深刻性、广阔性、批判性、独创性、直觉性等。

敏捷性指数学思维行动的速度，它反映出了学生智力的敏锐程度，与之相对的是思维的惰性．而具有这一品性的学生善于在较短的时间内快速且果决地将思维对象识别出来，同时进行判断、推理、猜想、证明直至最终的问题解决

灵活性在数学思维品质上指思维活动的灵活度，它反映的是智慧迁移能力的强弱。思维灵活度高的学生善于随机应变、触类旁通，不局限于问题的某一方面，受思维定势的影响较少或者不会受其影响，与之相对的则是思维的单一性。

数学思维具有深刻性就是思维活动的抽象程度高且逻辑水平高，相比较一般的学生，具有这样思维品质的学生善于透过现象和事物的表面特征，探寻到问题的本质和规律，深入地思考问题，从而系统化、一般化地从问题的本源上解决问题，明了事物发展的进程。

数学思维具有广阔性指能够从多方面来考虑一个问题，如能从多种角度观察某个数学对象，对一个数学问题能有不同的解决策略等，具有这样品质的初中牛不会被常规禁锢住，能从中寻求变异，力争多角度、多方面地思考问题。其反面是思维的狭隘件，具体表现为这样的思维是封闭的，无法拓展的。

数学思维的批判性又可以称为思维的严谨性，指的是具有这样品质的学生在数学思维活动中能严格并准确地估计思路的有效性。批判性强的学生一般元认知能力也较为突出，善于从问题的实际情况入手，衡量多方面意见的利弊，独立地分析与思考并进行积极的自我反馈，在对数学对象操作时不盲从他人的意见，有着自己的坚守，其反面是思维的惯性，

数学思维的独创性是思维的独立性与创造性的结合。前者指在思维活动中能坚持自我独立的秉性，在独立思考基础上充分发挥个人才智，始终保持探索新知的主动性和面对疑难问题时持久的进攻性，这样的学生善于发现并喜好解决伞新的问题，以自觉、执着的精神研讨并最终达成新知识、新见解和新成果。后者则是指完成思维活动的内容、途径和方法的自主程度高，并能通过独立的思考创造出含有新颖成份的问题解决方案，不固守陈规。这种品质的反面是思维的机械性。

数学思维具有直觉性则是指在数学中运用表象对具体形象问题进行直接的辨别、感知，同时能迅速摒弃那些非本质的、次要的东西，直接抓住问题的根源，向思维的目标直接前进。例如在数学学习中能迅速地一眼看出答案等。

综合上所述：数学思维是有层次性的，数学思维品质反映了个体间数学思维发展水平，是衡量一个人数学思维优劣、判断数学能力高低的主要标准。由此，本课题是通过数学思维的核心品质为突破口进行学生深层次数学思维培养的研究。

**四、研究目标与内容**

**（一）研究目标**

1.探索培养学生深层数学思维的教学策略，提升学生思维能力，发展学生的核心能力。

2.开发培养学生深层数学思维教学素材，初步形成初中生数学学习策略。

3.通过课题研究提高工作室学员的教育科研的能力.探索高认知的数学教学模式。

**（二）研究内容**

本研究是基于学生的学习过程中，在课堂教学环境下，立足于课程标要求的初中数学内容，围绕着学生思维和学习能力的外显特征目标，抓住思维品质特征为突破口，进行培养学生深层次数学思维的教学策略的研究，开发培养学生深层次数学思维评价体系及教学素材。

为了课题研究落实、实在，我们的研究重点聚焦于学习过程中学习内容维度方面对学生深层次数学思维的培养，数学学习过程中离不开“动机”和“互动”的维度，我们还将对一些专题进行研究，从多种活动方式和认识角度更深入研究学生深层次数学思维培养。(附研究专题：)

1. 教师对学生深层次数学思维培养过程中如何激发思维动机的案例研究
2. 教师如何设计有效的互动学习促进学生深层次数学思维培养的案例研究
3. 深层次数学思维培养教学任务设计的方法与策略的案例研究
4. 数学特长生深层次数学思维培养的案例研究
5. 教师如何运用现代信息技术培养学生深层次数学思维的案例研究

**五、研究对象与方法**

**本研究的对象：**工作室的研修成员及所在学校班级的学生。

在研究的过程中所用的具体方法如下：

**案例研究法** 案例研究主要回答“怎么回事”和“为什么”的问题，课题研究以学生数学课堂学习为背景，对数学教学过程深入的挖掘和细致的描述，以学习理论和心理学理论为依据，进行分析、解释、判断、评价，探索培养学生深层次数学思维的策略与方法。

**文献研究法** 基于我国数学教育界没有深层次思维这一提法，因此本课题采取文献研究法，在阅读资料的基础上进行文献追踪研究，并借助互联网的力量，查阅数学教育相关网站的信息．

**调查法** 根据前面所建立的数学高层次思维概念模型，设计因素评价测试卷．选择普通初中学生作为测试对象，并在班级测试的基础上进行教师与学生的个别访谈，最后通过测试结果的分析，提出相对应的教学建议．用多元分析的数学方法把一组反映可观查事物性质、状态、特点等的变量简化为少数几个能够反映出事物内在联系、决定事物本质特征的代表性根据我国对数学思维品质的研究，采用经验观察法得知，在数学活动中学生认识问题有深刻与肤浅之分，解决问题的方法有灵活与呆板、常规与新颖之分，在思考时的速度有快慢之分，通过调查学生，以数学思维的深刻性、灵活性、独创性、批判性及敏捷性这五个因素来表征确定学生数学高层次思维，并以数学高层次思维在每个因素上的表现对学生进行界定．

**行动研究法** 行动研究是指在[自然](http://baike.baidu.com/view/7932.htm)、真实的教育环境中，教育实际工作者按照一定的操作程序，综合运用多种[研究方法](http://baike.baidu.com/view/1702413.htm)与技术，以解决教育实际问题为首要目标的一种研究模式。行动研究法是一种适应小范围内教育改革的探索性的研究方法，其目的不在于建立理论、归纳[规律](http://baike.baidu.com/view/183124.htm)，而是针对教育活动和教育实践中的问题，在行动研究中不断地探索、改进和解决教育实际问题。行动研究将改革行动与研究工作相结合，与教育实践的具体改革行动紧密相连。

六、**课题研究的原则、基本思路、措施**

**（一）课题研究的原则**

**1.主体性原则** 学生是教育的对象，又是学习的主体。教育行为的着眼点是学生，因此在研究中要把学生放在主体地位，关注学生已有的知识经验，遵循学生心理认知规律，激发学生学习主动性，发挥其个性特长。生自我重塑健全人格。

**2.整体性原则** 通过数学学科教学平台促进学生能力发展，对学生能力的培养是根据学生的心理过程，认知理解数学知识，实现学生人格健全和核心能力发展的目标，为了学生整个人生发展，我们可以从四个发展维度关注学生，引导学生发展，即“数学认知理解”、“学习心理过程”、“培育健全人格”、“发展核心能力”。”

**3.发展性原则** 培养学生深层次数学思维过程中，我们应认识到浅层次和深层次是相对的，并且深层次是从浅层转化来的，引导学生不断自我完善，促进学生自我成长与发展。

**4.差异性原则** 在教育过程中要关注学生的个体差异，及时了解和发现不同年龄和不同环境下学生的个体差异问题，将群体教育与个别化引导、疏导相结合。针对学生的不同问题，设计不同任务，以引导为主，使对学生思维品质的培养具有针对性和实效性。

**5.系统性原则** 本课题的研究与实施，从指导思想、内容、方法、设计、评价等方面都注意系统化、序列化，要避免随意化、盲目性。实施计划要明确而细致，实施方案要时时检查落实，坚持在研究中实践，在实践中研究。

**（二）基本思路**

课题研究的方法主要采用案例研究法，文献法，量表调查法，借鉴现教育理论成果。课题研究的主线是学生数学学习（学习类型分为数学概念、数学技能、问题解决）为载体，以学生学习能力和思维能力为目标，通过心理学“思维品质”理论引导教师分析初中数学内容的结构层次，研究初中数学高认知思维品质，指导教师用思维结构层次理论研究学生数学认知的过程，通过真实的教学案例分析总结出浅层次数学思维转化为深层次数学思维策略、方法、原则及手段。

通过教学任务设计策略，边实践边研究，不断分析总结，探索初中生学习过程中培养学生深层次数学思维的策略与方法。

**（三）研究措施**

**1.调查与访谈** 结合当前实际教学情况，以研究目的为出发点，编制调查问卷，了解一线教师对于深层次数学思维的基本看法和学生思维结构水平及思维习惯。

**2.制定深层次思维指标体系** 判断学生是否具有深层次数学思维主要是通过其在日常数学学习活动中的各项行为表现，看其是否具有较高层次学生的表现等征。由于数学学习主要类型有数学概念理解，数学技能的习得，数学问题的解决，根据深层次数学思维的内涵，结合布卢姆目标分类理论 为各类学习类型过程中确定深层次数学思维的指标体系。

3.**案例写作、分析、交流** 案例写作就是一种很有效的对教学实践反思的过程，案例写作就是教师进行教学反思的外在表现形式，从实践中选择适当的活生生的实例进行描述和分析，来提炼并明确有效的教育行为及其理论依据，通过工作室的研修活动，在研究别人的案例中分享他人的实践智慧或失败教训，相互学习，取长补短，共同提高。尝试采用“案例法”的形式进行集体研修，在活动中体现“以案例展示理论，让理念回归课堂”。从而提炼研修成果。

**七、阶段周期规划与成果预设**

**（一）课题研究研究周期**

2016年5月至2018年6月，大致分三个阶段进行：

**第一阶段：探索准备阶段 （2016.5——2016.12）**

1.成立培养学生深层次数学思维培养案例研究课题组，确定主研教师，课题培训，学习研讨《课题方案》及相关理论。

2.调查了解学生学习过程数学思维层次现状，分析思维品质特征，制定思维层次量表。

**第二阶段：研究实施阶段 （2017.1——2017.12）**

组织研究实施，形成相关研究论文、典型案例（主题活动案例、教学设计、课堂实录等），初步形成实施方案和评价体系。

**第三阶段：总结推广阶段 （2018.9——2018.6）**

总结研究成果和典型案例，修订完善实施方案和评价体系.

**（二）成果预设与表现形式**  
　1．研究方案（文字资料）

2．研究报告（文字资料）

3.培养初中生深层次数学思维的教学模式

4. 初中生深层数学思维层次量表。

5.培养初中生深层次数学思维教学案例集。

6.培养初中生深层次数学思维典型学案集。

7.培养初中生深层次数学思维数学活动案例集。

8．研究论文集（文字资料）

9．典型课例、活动案例和优秀课堂教学设计集（文字、光盘等资料）

**八、研究保障及可能存在的问题**

**（一）研究保障**

**工作室研修活动机制保障** 工作室每月有2-3个半天集中活动研修，确保了研究交流的时间。

**工作室专项研修经费保障** 区教育局拨给了工作室一定研修经费可用来保障课题研究运行。

**优秀的研修团队保障** 工作室导师罗宗绪获成都市学科带头人的称号，多次参与主持了课题研究活动，参与研究的国家级课题《诱思探究》现已结题，主研的省级课题《初中生交互式数学课堂研究》已结题，研修成果获市成果一等奖，主持、主研市级课题《自主合作探究式初中数学课堂教学模式的构建与研究》已结题，现进一步在研究课题《初中生健全人格研究》。工作室招收的学员共14人，都是一批教学能力强，有一定研究能力年富力强的青年教师，有10人次学员获县优秀青年教师称号，其中王安翠获县赛课一等奖，曹宇获全省赛课一等奖。

**资料准备**：校图书室的藏书，教学报刊杂志都比较丰富，课题组成员都能熟练使用计算机网络，可以在网上下载资料。

**（二）可能存在的困难和解决对策：**  
　　1、运用量表的分析需要理论的支持，在科学性的把握上有一定的困难，一方面加强理论学习，另一方面需要取得各方面的支持，加强沟通交流。  
　　2、对系列案例的剖析诊断，进行理论的提升，特别需要专家的引领和指导。  
　　3、参加课题研究的都是一线老师，本身的工作繁重，再进行课题的研究，有时会感到有心力不足。这还需要我们的老师有更多一点的奉献精神。  
**（三）课题组研究机构**

**1．专家指导小组**

双流县研培中心理论室易恩主任

四川师范大学宁锐

双流县研培中心研培员李志江老师

双流中学实验学校文传福

**2．课题领导小组**

组 长：罗宗绪 副组长：万静 王安翠

**3.课题组成员：**

罗宗绪、王安翠、万静、曹宇、穆玲、王春雷、曾英、丁勇、陈彦霓、纪道军、刘佳、林亚珊、辑思瀚、胡勇、侯静。

**4.人员的分工**

**课题研究方案制定：**罗宗绪

**资料收集：课堂教学案例资料 （**陈彦霓负责课件、教学设计纸质归档、电子文件归类）

**研究分析案例** （曾英纸质归档、电子文件归类）

**教学论文**（丁勇纸质归档、电子文件归类）

**数学特长生案例踪研究档案**（林亚珊纸质归档、电子文件归类）

**获奖证书复印件**（穆玲分类按期成册）

**宣传、网站管理**（万静）

**年度考核成果集装订：**刘佳、林亚珊

**教学案例集编写统筹：**王春雷、胡勇、纪道军

**学案案例集编写统筹：**侯静、曹宇、辑思瀚

**研究报告撰写：**王安翠（每周检查档案归类情况、收研究记录、规划每期活动计划）

**2016.3月**

**参考文献：**

1. 数学高层次思维的评价与界定 周超博士论文
2. 初中生高层次思维界定研究 朱晨菲博士论文
3. 数学思维灵活性培养 宁锐博士论文研究方案
4. 智力发展与数学学习 林崇德【M】中国工业出版社。
5. 鲍建生，周超．数学学习的心理基础与过程【M】．上海：上海教育出版社，2009